

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

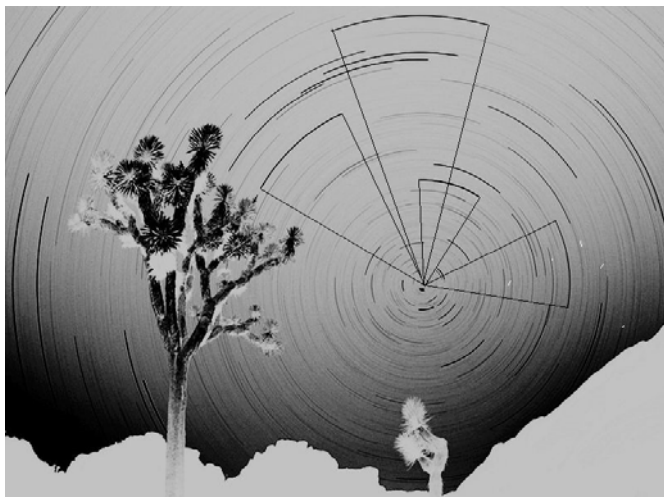
Национален кръг, 26 април 2014 г., Димитровград

ТЕМА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – VII-VIII КЛАС
Решения

1 задача. Звездни следи.

Решение:

На Фиг. 1 определяме къде е центърът на всички концентрични дъги, описани от звездите. Това трябва да е северният небесен полюс. Начертаваме радиусите, достигащи до крайните точки на няколко от дъгите и с транспортир измерваме ъгъла, на който те съответстват. Чрез усредняване се получава ъгъл $\psi \approx 35^\circ$.



След това намираме за какво време звездите описват такава дъга при денонощното въртене на небесната сфера:

$$\Delta t_I = (\psi / 360^\circ) \times T_s$$

където $T_s = 23^{\text{h}}56^{\text{m}}$ е звездното денонощие. Получаваме:

$$\Delta t_I \approx 2.33^{\text{h}} \approx 2^{\text{h}}20^{\text{min}}$$

Такава е била продължителността на експонацията при първата снимка.

На втората снимка виждаме област от звездното небе около небесния екватор. Звездните дъги са с незначителна кривина. Разпознаваме съзвездие Орион. Почти същата област от небето е отразена и на картата на Фиг. 3. По скалата на деклинациите измерваме отсечката, която съответства примерно на 20° , дължината се оказва 71 мм и така получаваме мащаба на картата. Измерваме разстоянието между звездите Саиф и Белатрикс на картата (те са достатъчно ярки, но не са изобразени с твърде големи кръгчета и можем да мерим по-точно), което е 53 мм. Това съответства на ъгъл:

$$(53 \text{ мм} / 71 \text{ мм}) \times 20^\circ \approx 14.9^\circ$$

Измерваме разстоянието между звездите Саиф и Белатрикс на снимката на Фиг. 2 – разстоянието между двете десни крайни точки на дъгите (или между двете леви). То е 83 мм. Вече знаем, че на тези 83 мм върху снимката съответства ъглово разстояние 14.9° . Накрая измерваме дължините на няколко дъги, описани от звездите на Фиг. 2. Усредняваме и получаваме 35.5 мм. За ъгъла, на който това съответства, намираме:

$$\xi = (35.5 \text{ мм} / 83 \text{ мм}) \times 14.9^\circ$$

$$\xi \approx 6.4^\circ$$

За времето на експонация на втората снимка чрез пропорция намираме:

$$\Delta t_2 = (\xi / 360^\circ) \times T_s$$

$$\Delta t_2 \approx 0.43^h \approx 25.5^{\min}$$

Критерии за оценяване (общо 14 т.):

За правилна теоретична идея за определяне на времето на експонация на първата снимка – 2 т.

За построения и измервания – 2 т.

За пресмятанията – 2 т.

За верен числен резултат – 1 т.

За правилна идея за определяне на времето на експонация на Снимка 2 – 2 т.

За измервания и определяне на мащаби – 2 т.

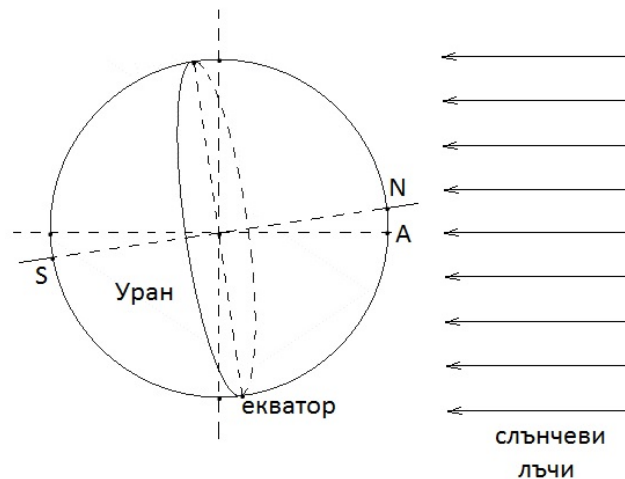
За пресмятанията – 2 т.

За верен числен отговор – 1 т.

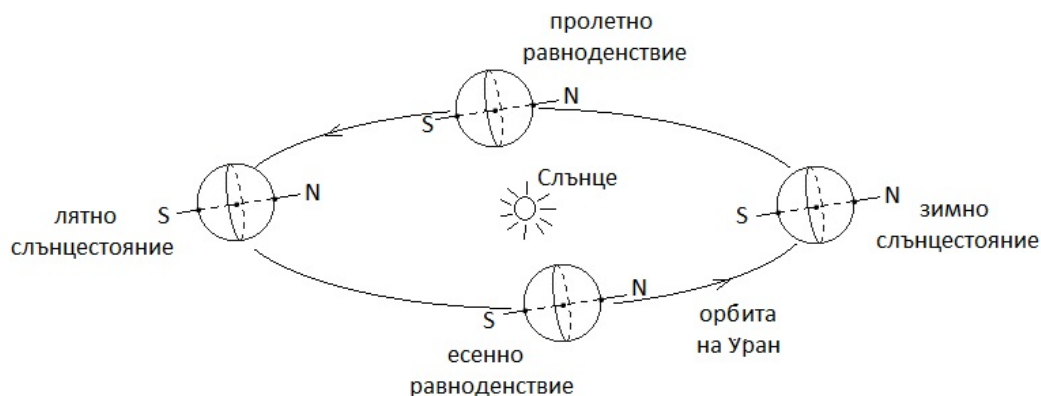
2 задача. Уран.

Решение:

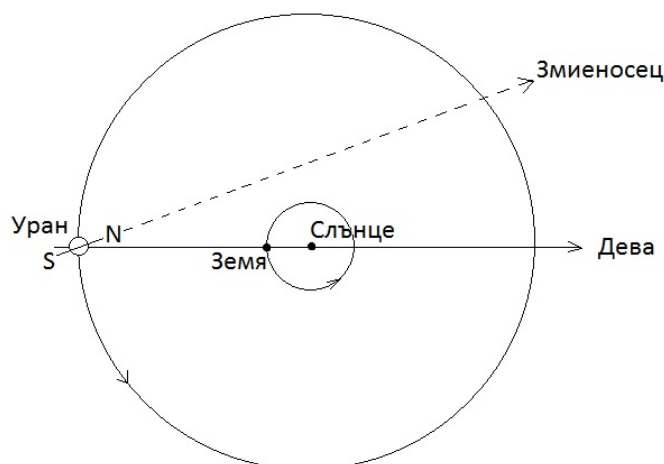
Най-голяма височина над хоризонта за северния полюс на Уран Слънцето трябва да достига в момента на лятно слънцестояние за северното полукуълбо на планетата. На схемата е представена именно такава ситуация. Тогава Слънцето ще отстои само на 8° от зенита за наблюдател на северния полюс на планетата. Следователно максималната височина над хоризонта, на която ще се издига Слънцето, ще бъде $h = 90^\circ - 8^\circ = 82^\circ$. В този момент Слънцето ще бъде в зенита за точката А, отстояща на 8° от северния полюс. Нейната уранографска ширина ще бъде също 82° .



С отминаване на слънцестоянието и приближаване на пролетното равноденствие Слънцето ще може да се издига до зенита за точки, които са все по-близо до екватора на Уран. При пролетното равноденствие Слънцето ще преминава през зенита по пладне за наблюдател на екватора. По-нататък през годината на Уран Слънцето ще достига до зенита за точки от южното полукуълбо на Уран до 82° южна уранографска ширина. Така заключаваме, че точките, в които понякога през годината на Уран можем да наблюдаваме преминаване на Слънцето през зенита, са разположени между 82° северна и 82° южна уранографска ширина.



В началото на октомври Слънцето се намира в зодиакалното съзвездие Дева (През октомври то е в астрологическия зодиакален знак Везни, но поради прецесията на земната ос съзвездие, в което в действителност се намира Слънцето, е Дева). Северната полярна звезда за Уран е в Змиеносец. Част от това съзвездие е разположена между Скорпион и Стрелец. Северният полюс на Уран трябва да е ориентиран в такова направление, т.е. към точка от небесната сфера, която е на 30-40 градуса източно от Слънцето. Уран е в противостояние, така че за земния наблюдател той се намира в посока противоположна на посоката към Слънцето. Следователно, както става ясно от схемата, от Земята ще се вижда северният полюс на Уран.



Критерии за оценяване (общо 12 т.)

За правилно определяне на максималната височина на Слънцето за северния полюс на Уран – 2 т.

За определяне на ширината на точката, за която Слънцето е в зенита – 2 т.

За верни разсъждения къде на Уран можем да видим Слънцето в зенита – 2 т.

За верен краен извод – 2 т.

За правилни разсъждения по въпроса кой от полюсите на Уран се вижда от Земята – 3 т.

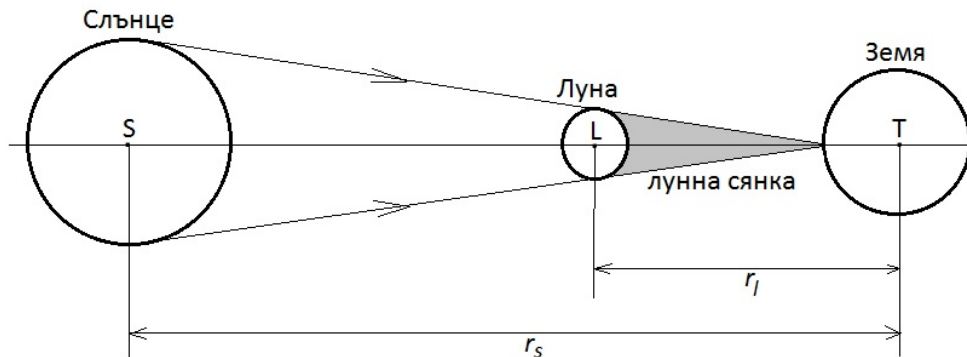
За вярно заключение – 1 т.

3 задача. Затъмнение.

Решение:

Времетраенето на пълната фаза на едно слънчево затъмнение се определя от това с колко видимият ъглов размер на Луната превишава видимия ъглов размер на Слънцето. По друг начин казано, това е времето, за което лунната сянка преминава през наблюдателния пункт. Поради елиптичната форма на лунната орбита около Земята и на

земната орбита около Слънцето, при различни случаи на слънчево затъмнение видимите ъглови размери на Слънцето и на Луната могат да са различни. Сянката на Луната има конусовидна форма. Ако пълната фаза на слънчевото затъмнение трае само миг, това означава, че върхът на конуса на лунната сянка се опира в земната повърхност. Схемата на затъмнението в този случай изглежда така:



За земен наблюдател видимите ъглови размери на Луната и Слънцето при такова затъмнение са еднакви. Наблюдателят е застанал на екватора, Слънцето и Луната за него в зенита.

Да означим с r_s и r_l разстоянията от центъра на Земята до центровете на Слънцето и на Луната. Нека R_t , R_l и R_s са радиусите на Земята, Луната и Слънцето. Както се вижда от чертежа, в сила е следното съотношение:

$$R_l / R_s = (r_l - R_t) / (r_s - R_t)$$

Оттук намираме разстоянието между центровете на земята и Луната:

$$r_l = (r_s R_l + R_t(R_s - R_l)) / R_s$$

$$r_l \approx 379\,900 \text{ км}$$

Геостационарният спътник ще премине през по-широка част от лунната сянка и за наблюдател там пълната фаза на затъмнението няма да е само един миг. Тъй като видимият ъглов диаметър на Луната е много малък, за линейния диаметър d на лунната сянка на височината на геостационарната орбита можем да напишем следното приблизително съотношение:

$$d / 2R_l = (r_{gs} - R_t) / (r_l - R_t)$$

където r_{gs} е радиусът на орбитата на геостационарния спътник.

$$d = 2R_l (r_{gs} - R_t) / (r_l - R_t)$$

$$d \approx 333 \text{ км}$$

Да определим скоростите v_l и v_{gs} , с които се движат по орбитите си Луната и спътникът. Означаваме с T_l периода на обикаляне на Луната около Земята, а с $T_t = 23^{\text{h}}56^{\text{m}}$ – периода на околоосно въртене на Земята (звездно денонощие), на който се равнява орбиталният период на геостационарния спътник. Така получаваме:

$$v_l = 2\pi r_l / T_l \approx 1.01 \text{ км / с}$$

$$v_{gs} = 2\pi r_{gs} / T_t \approx 3.07 \text{ км / с}$$

Спътникът и Луната се движат около Земята в една и съща посока. Около момента на затъмнението можем да считаме, че те се движат успоредно, а също, че лунната сянка се движи със скоростта на Луната. Спътникът е по-бърз – той ще настигне и ще прекоси лунната сянка. Относителната скорост на спътника спрямо сянката ще бъде:

$$v' = v_{gs} - v_l = 2.06 \text{ км / с}$$

Времето, за което спътникът ще пресече сянката, ще бъде:

$$\Delta t = d / v'$$

$$\Delta t \approx 162 \text{ с} \approx 2^{\text{m}}42^{\text{s}}$$

Продължителността на пълната фаза на затъмнението за наблюдател на геостационарния спътник ще бъде около 2^m42^s .

Критерии за оценяване (общо 14 т.)

За правилна представа за геометрията на слънчевото затъмнение в дадената ситуация – 1 т.

За правилна схема – 2 т.

За правилен математически метод за определяне на разстоянието между Луната и Земята – 3 т.

За верен числен отговор – 1 т.

За правилна представа защо от геостационарния спътник пълната фаза няма да е само миг – 1 т.

За верен математически метод за намиране на продължителността на пълната фаза – 3 т.

За отчитане на движението на Луната и определяне на относителното движение на спътника спрямо сянката – 2 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

Справочни данни:

Радиус на Слънцето – 696000 км

Екваториален радиус на Земята – 6378 км

Радиус на Луната – 1738 км

Разстояние Земя – Слънце – 149 600 000 км

Период на въртене на Земята около оста – $23^h 56^m$

Период на движение на Луната около Земята – 27.32 денонощия

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 27 април 2014 г., Димитровград

Възрастова група VII-VIII клас – практически кръг – решения

Практическа задача. Фази на Галилеевите спътници.

Решение:

Начертаваме в подходящ мащаб Юпитер, означен с J , и орбитите на спътниците. Отбелязваме посоката, от която приемаме, че идват слънчевите лъчи, както и посоката, в която става орбиталното движение на спътниците. Обозначаваме с черен цвят неосветените от Слънцето страни на всяко от телата.

„Новопланетието” за Ганимед ще бъде, когато Юпитер е обърнат изцяло с тъмната си страна към него. За целта Ганимед трябва да се намира в точка G_1 . „Пълнопланетието” ще е, когато гигантската планета е обърната изцяло с осветената си страна към спътника. Тогава спътникът следва да е в точка G_3 . В четвърт планетата ще се вижда от Ганимед, когато отстои на 90° от Слънцето в небето на ганимедианските жители. Имайки предвид посоката на орбиталното движение на Ганимед, можем да определим, че Юпитер ще се вижда във фаза първа четвърт след фазата „новопланетие” (G_2), и съответно в последна четвърт – след фазата „пълнопланетие” (G_4).

Нека Ганимед се намира в точка G_1 .

Жителят на Ганимед ще вижда спътниците Йо и Европа в новолуние, когато те се намират в точките I_1 и E_1 . Би могъл по принцип да ги вижда в новолуние и когато се намират съответно в точките I_3 и E_3 , но тогава те ще бъдат закрити от гигантската планета Юпитер. На схемата Юпитер е даден в реален мащаб спрямо радиусите на спътниковите орбити, а спътниците са отбелязани със силно преувеличени размери, за да се отличават фазите им. Иначе те са извънредно малки в сравнение с Юпитер. Освен това наклоните на орбитите им спрямо екватора на Юпитер са значителни и не превишават половин градус. Затова няма шанс някой от тях да се наблюдава от Ганимед малко над или под Юпитер в случаите, когато са от другата страна на планетата, въпреки че тя ще осигури удобно за такова наблюдение слънчево затъмнение.

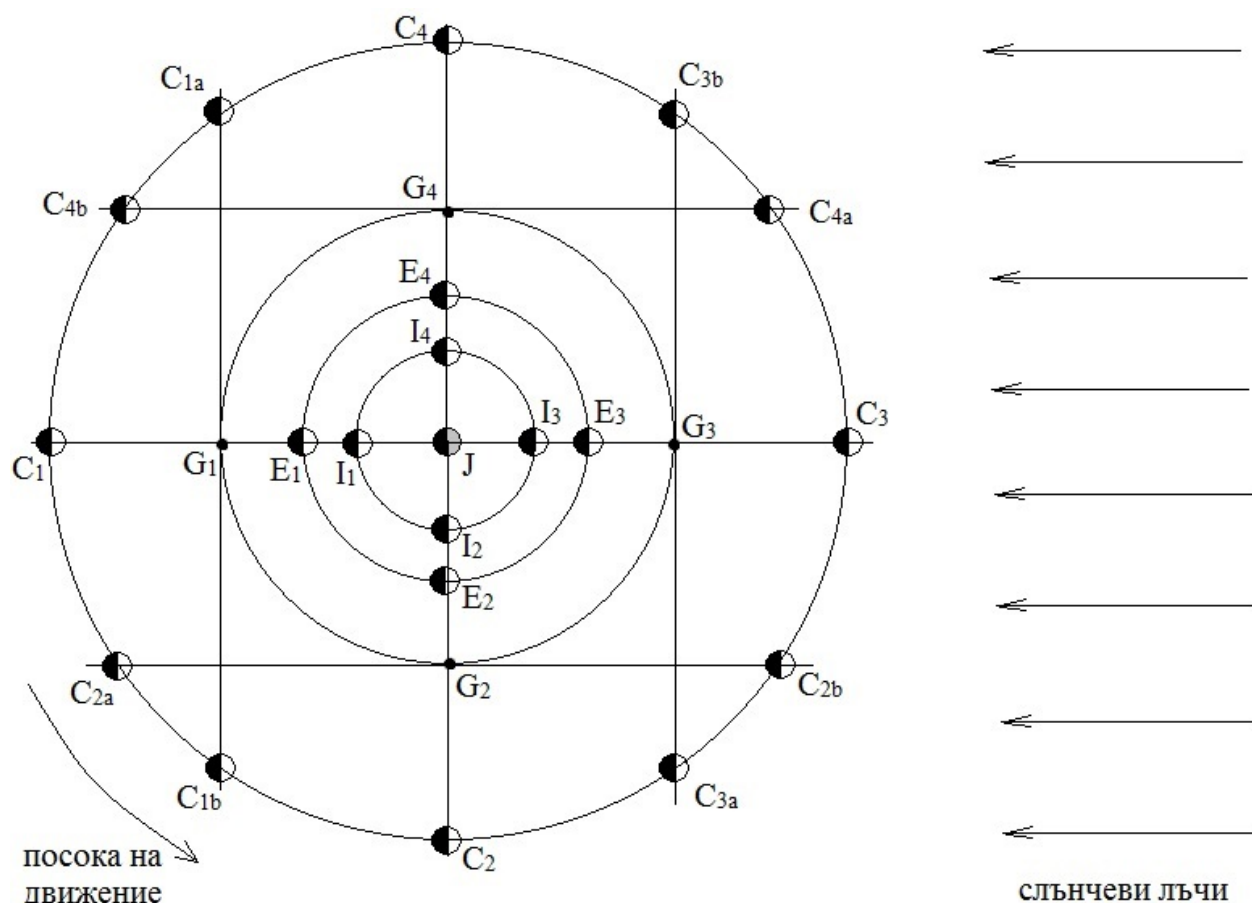
От това положение на Ганимед няма начин Йо и Европа да се наблюдават в пълнолуние, първа или последна четвърт, където и да се намират по своите орбити.

Калисто ще се вижда в пълнолуние, когато е в точка C_1 . В точките C_{1a} и C_{1b} този спътник ще се вижда от Ганимед в четвърт. Ганимед, като по-вътрешен спътник, се движи по-бързо около Юпитер. Следователно, последователно във времето, наблюдателят от Ганимед първо ще вижда Калисто в положение C_{1b} , после в положение C_1 – т.е. в пълнолуние, а след това в положение C_{1a} . По тази логика можем да кажем, че в точка C_{1b} Калисто е в първа четвърт, а в точка C_{1a} – в последна четвърт. Жителят на Ганимед би наблюдавал Калисто в новолуние в точка C_3 , ако не пречеше планетата Юпитер.

Нека Ганимед се намира в точка G_3 .

Разсъждения, подобни на горните, ни довеждат до заключението, че спътниците Йо и Европа ще се наблюдават в пълнолуние, когато са в точките I_3 и E_3 . Тези спътници никога няма да се виждат в четвърт, а когато са в точките I_1 и E_1 , макар да са в пълнолуние за ганимедианския наблюдател, те няма да се виждат, понеже ще са скрити зад Юпитер.

Спътникът Калисто в положение C_3 ще бъде в новолуние, а в положения C_{3a} и C_{3b} съответно в първа и в последна четвърт. Поради закритието от Юпитер пълнолунието на Калисто в точка C_1 няма да се вижда.



Нека Ганимед се намира в точка G_2 .

Тогава спътниците Йо и Европа в точки I_2 и E_2 ще се виждат в четвърт. Те се движат по-бързо от Ганимед. При по-нататъшното развитие на фазите им те ще се доближават до новолуние. Затова можем да заключим, че в точки I_2 и E_2 те са в последна четвърт. В точки I_4 и E_4 двата спътника биха били в първа четвърт за наблюдателя на Ганимед, но ще са скрити от Юпитер. В точка C_{2a} Калисто ще се вижда в новолуние, а в точка C_{2b} – в пълнолуние.

Спътникът Калисто в положение C_2 ще бъде в първа четвърт. Когато Калисто е в точка C_4 , ако не го скриваше Юпитер, щеше да се наблюдава от Ганимед също в четвърт, Спътникът Калисто в точка C_4 ще бъде в последна четвърт, в точка C_{4a} ще се вижда в пълнолуние, а в точка C_{4b} – в новолуние.

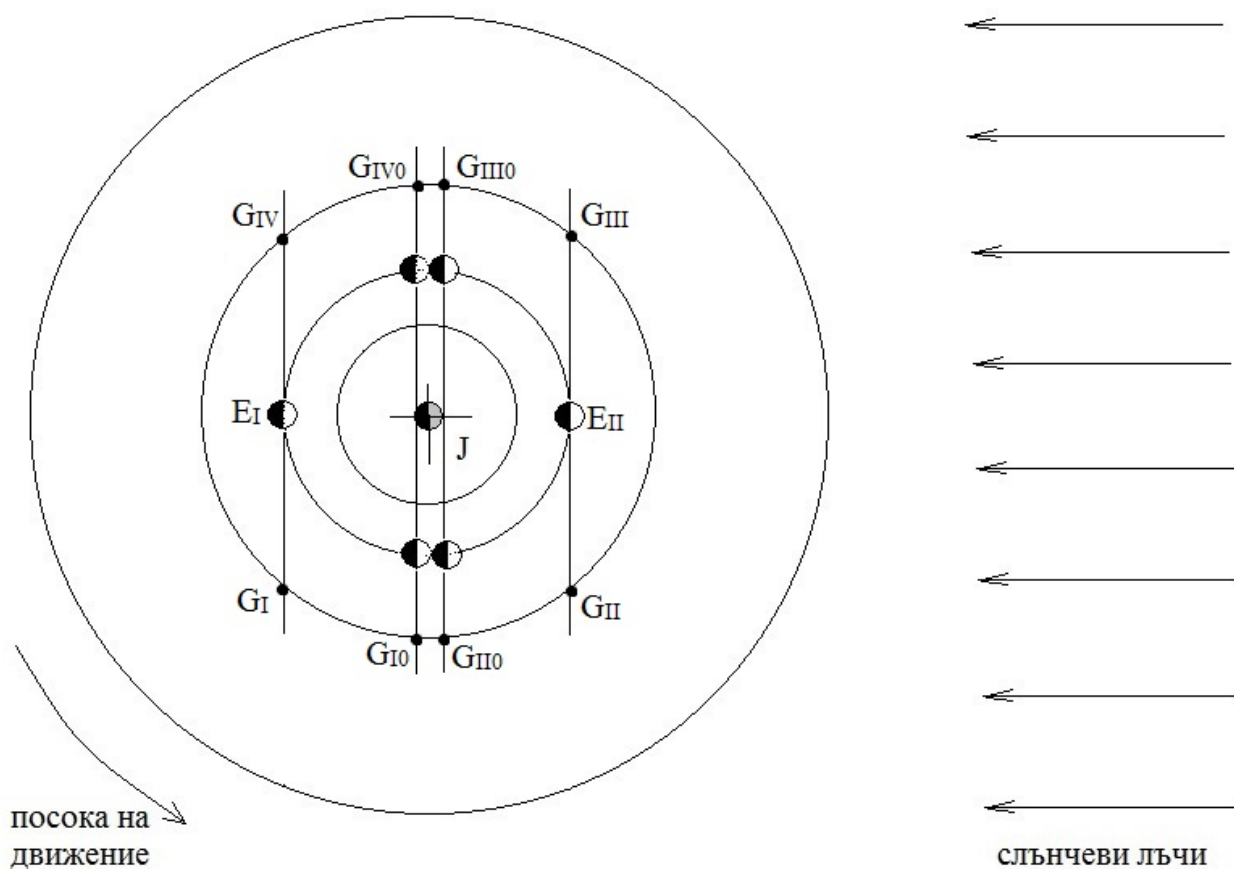
Нека Ганимед се намира в точка G_4 .

Отново подобни разсъждения ни водят до извода, че тогава спътниците Йо и Европа в точки I_4 и E_4 биха били в първа четвърт, а в пълнолуние или новолуние не могат да се виждат никога. Спътникът Калисто в точка C_2 ще бъде в последна четвърт, в точка C_{4a} ще се вижда в новолуние, а в точка C_{4b} – в пълнолуние.

Сега начертаваме още веднъж схемата с орбитите. За да се наблюдава от Ганимед някой спътник в четвърт, трябва правата, свързваща Ганимед със спътника, да е перпендикулярна на правата Ганимед – Слънце. Спътникът Европа може да се наблюдава в четвърт, само когато Ганимед се намира върху дъгата $G_I G_{II}$, или когато е върху дъгата $G_{III} G_{IV}$. За всяка точка от тези дъги, в която се намира Ганимед, са възможни две положения

на Европа, в които тя е във фаза четвърт. Само когато Ганимед се намира точно в граничните точки G_I или G_{IV} , има само едно положение на Европа – точката E_I , в което тя може да се види в четвърт. Аналогично, когато Ганимед е в някоя от точките G_{II} или G_{III} , Европа ще се вижда в четвърт само в една точка – точката E_{II} . Когато Ганимед се намира между точките G_{I0} и G_{II0} , или G_{III0} и G_{IV0} , спътникът Европа ще се вежда в четвърт, само когато е в близкото до Ганимед от двете възможни положения, но не и когато е зад Юпитер.

За всяко положение по орбитата на Ганимед съществуват точно две точки от орбитата на Калисто, в които този спътник би бил във фаза четвърт за ганимедианския наблюдател. Лесно можем да се убедим в това. Нека Ганимед е в произволна точка от орбитата си. Построяваме права, минаваща през тази точка и перпендикулярна на направление Ганимед – Слънце. Тази права винаги ще пресича орбитата на Калисто в две точки. Следователно цялата орбита на Ганимед отговаря на условието, поставено в задачата.



Критерии за оценяване (общо 20 т.):

За построяване на схемата с орбитите в мащаб – 1 т.

За определяне на положенията G_1 , G_2 , G_3 и G_4 , в които от Ганимед ще се наблюдават основните фази на Юпитер – 2 т.

За отбелязване на положенията, в които спътниците ще се виждат в съответните фази от Ганимед, и обяснения за 4-те случая G_1 , G_2 , G_3 и G_4 – $4 \times 3 = 12$ т.

За построяване на втората схема и обяснение на идеята – 2 т.

За правилно заключение относно спътника Европа – 2 т.

За правилен извод относно Калисто – 2 т.